



# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Ediția a XXVIII-a

ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026

Clasa a X-a – Secțiunea H1 – Filieră tehnologică

## 1. Aufgabe (20 Punkte)

- a) Bestimmt die komplexen Zahlen  $z$ , für welche  $3|z| - 2\bar{z} = 3 - 2i$ .
- b) Wenn  $z_1$  und  $z_2$  die Lösungen der Gleichung  $z^2 - z + 1 = 0$  sind, berechnet  $S_1 = z_1^{100} + z_2^{100}$  und  $S_2 = (z_1 - 1)^{200} + (z_2 - 1)^{200}$ .

## 2. Aufgabe (20 Punkte)

- a) Bestimmt  $x \in \mathbb{R}$ , sodass  $\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^x} + \sqrt{(3 + 2\sqrt{2})^x} \leq 6$ .
- b) Löst das Gleichungssystem 
$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 4^x + 9^y = 25 \end{cases}$$
.

## 3. Aufgabe (20 Punkte)

Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{falls } x \leq 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1) + 1, & \text{falls } x > 0 \end{cases}$ .

- a) Zeigt, dass die Funktion  $f$  umkehrbar ist.
- b) Wenn die Funktion  $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2^{x+1} - 1$ , löst die Gleichung  $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$ .

## 4. Aufgabe (20 Punkte)

In einem industriellen Automatisierungsprozess werden verschiedene Wassereigenschaften untersucht. Man berechnet den PH-Wert einer Wasserprobe mithilfe der Formel  $\text{pH} = -\lg[H^+]$ , wobei  $[H^+]$  die Wasserstoffionenkonzentration (in mol/L ausgedrückt) darstellt. Man erhält den Wert 5. Für dieselbe Wasserprobe untersucht man die Entwicklung der pathogenen Bakterien in Funktion der Zeit  $N(t)$  ( $t$  in Stunden ausgedrückt) und ihrer Anzahl ( $N_0$ ) im Moment der Entnahme der Probe, mithilfe der Formel  $N(t) = N_0 \cdot 10^{0,3t}$ .

- a) Bestimmt, wie oft die Konzentration der Wasserstoffionen reduziert werden muss, damit das Wasser neutral wird (neutrales Wasser hat  $\text{pH} = 7$ ).
- b) Nach wie langer Zeit verdoppelt sich die Anzahl der Bakterien in der Wasserprobe? Nähert das Ergebnis der nächsten natürlichen Zahl an.
- c) Während des Betriebs einer Maschine in dieser Einheit nimmt die Schallintensität  $I$  (ausgedrückt in  $\text{W/m}^2$ ) zu. Bestimmt, wie hoch der Maximalwert dieser Intensität sein kann, ohne die Arbeitssicherheit zu beeinträchtigen, wobei die Risikoschwelle bei einem Wert größer als 85 dB für den Schallintensitätspegel liegt, der mithilfe der Formel

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \text{ (in dB ausgedrückt), } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2, \text{ berechnet wird.}$$

### Notă:

Timp de lucru 3 ore; toate subiectele sunt obligatorii; se acordă 10 puncte din oficiu.

Punctajul maxim este de 100 de puncte.